تصحيح مقترح للتمرين رقم 04 — مستوى الصعوبة: ⭐⭐⭐

1. **المعادلات النصفية:**

$$Al = Al^{3+} + 3e^- \qquad Al^{3+}/Al$$
$$2H_3O^+ + 2e^- = H_2 + 2H_2O \qquad H_3O^+/H_2$$

2. **جدول تقدم التفاعل:**

معادلة التفاعل		2 Al	+ 6 H_3O^+	= 2 Al^{3+}	+ 3 H_2	+ 6 H_2O
الحالة	التقدم	n(Al)	$n(H_3O^+)$	$n(Al^{3+})$	$n(H_2)$	$n(H_2O)$
ابتدائية	0	n_1	n_2	0	0	وفير
انتقالية	x	$n_1 - 2x_f$	$n_2 - 6x_f$	$2x$	$3x$	
نهائية	x_f	$n_1 - 2x_f$	$n_2 - 6x_f$	$2x_f$	$3x_f$	

3. **عبارة الناقلية النوعية $\sigma(t)$:**

بتطبيق قانون كولروش:

$$\sigma(t) = \lambda_{H_3O^+}.[H_3O^+]_t + \lambda_{Al^{3+}}.[Al^{3+}]_t + \lambda_{Cl^-}.[Cl^-]_0$$

4. **اثبات عبارة الناقلية النوعية $\sigma(t)$:**

من جدول تقدم التفاعل، لدينا:

$$\begin{cases} [H_3O^+]_t = C - \dfrac{x}{V} \\ [Al^{3+}]_t = \dfrac{2x}{V} \end{cases}$$

وعليه:

$$\sigma(t) = \lambda_{H_3O^+}.\left(C - \frac{6x}{V}\right) + \lambda_{Al^{3+}}.\frac{2x}{V} + \lambda_{Cl^-}.C$$

إذن:

$$\sigma(t) = \frac{2\lambda_{Al^{3+}} - 6\lambda_{H_3O^+}}{V}.x + \left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-}\right)C$$

تطبيق عددي:

$$\sigma(t) = \frac{2 \times 18{,}3 - 35}{20 \times 10^{-6}}.x + (35 + 7{,}6) \times 12$$

إذن:

$$\sigma(t) = -8670 \times 10^{-3}.x + 511{,}2 \ (mS.m^{-1})$$

منه:

$$\sigma(t) = -8670.x + 0{,}511 \ (S.m^{-1})$$

5. **كمية المادة الابتدائية $n(H_3O^+)$ و$n(Al^{3+})$ عند اللحظة $t = 6\ min$:**

من المنحنى البياني:

$$t = 6\ min \rightarrow \sigma = 0{,}29\ S.m^{-1}$$

من العبارة السابقة:

$$x = -\frac{\sigma(t) - 0{,}511}{8670} = -\frac{0{,}29 - 0{,}511}{8670} = 0{,}255 \times 10^{-4}\ mol$$

6. **<u>اثبات عبارة سرعة التفاعل:</u>**

نعلم أن عبارة سرعة التفاعل هي:

$$v = \frac{dx}{dt}$$

ونعلم أن:

$$\sigma(t) = -8670.x + 0{,}511 \xrightarrow{\text{اشتقاق}} \frac{d\sigma(t)}{dt} = -8670.\frac{dx}{dt}$$

منه:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{8670}.\frac{d\sigma(t)}{dt}$$

إذن:

$$\boldsymbol{v = -\frac{1}{8670}.\frac{d\sigma(t)}{dt}}$$

7. **<u>حساب قيمة سرعة التفاعل:</u>**

$$v|_{t=6\,min} = -\frac{1}{8670} \times \frac{0{,}29 - 0{,}42}{6 - 0} = \boldsymbol{2{,}5 \times 10^{-6}\ mol.L^{-1}.min^{-1}}$$